Ejercicio 5,(a,b) sección 10.1,kolman 2006

Por: Sergio Andrés Granados B.

Dan:

(a)L(at^2+bt+c)=(a+1)t^2+(b - c)t+(a+c)

(b)L(at^2+bt+c)=at^2+(b - c)t+(a - b)

Piden:

- Sea L: $P_2 \longrightarrow P_2$ definida como se indica. ¿L es una transformacion lineal?

Plan:

- pruebo la igualdad con la propiedad aditiva:

$$L(u+v) = L(u) + L(v)$$

- si satisface la primera propiedad, continuo con la propiedad homogenea:

$$L(\mathrm{ku}) = \mathrm{kL}(u)$$

- si no satisface ninguna de las dos propiedades no es una transformacion lineal.

Ejecución:

(a)L(at^2+bt+c)=(a+1)t^2+(b - c)t+(a+c)

en terminos de la igualdad dada, aplico la primera propiedad para verificar si se cumple a ambos lados de la igualdad.

$$L[(a+a')t^2 + (b+b')t + (c+c')] = L(\mathrm{at^2{+}bt{+}c}) + L(\mathrm{a't^2{+}b't{+}c'})$$

primer lado de la igualdad.

$$L[(a+a')t^2 + (b+b')t + (c+c')]$$

$$((a+a') + (1+1))t^2 + ((b-c) + (b'-c'))t + (a+a'+c+c')$$

segundo lado de la igualdad.

$$\begin{aligned} & L(\mathrm{at^2{+}bt{+}c}) + L(\mathrm{a't^2{+}b't{+}c'}) \\ & (\mathrm{a{+}1})\mathrm{t}^2{+}(\mathrm{b\ -\ c})\mathrm{t}{+}(\mathrm{a{+}c}){+}(\mathrm{a'{+}1})\mathrm{t}^2{+}(\mathrm{b'\ -\ c'})\mathrm{t}{+}(\mathrm{a'{+}c'}) \\ & ((a+a')+2)t^2 + ((b-c)+(b'-c'))t + (a+a'+c+c') \end{aligned}$$

L no es transformacion lineal ya que el 2 no satisface la ecuacion inicial, deberia ser 1.

(b)L(at^2+bt+c)=at^2+(b - c)t+(a - b)

en terminos de la igualdad dada, aplico la primera propiedad para verificar si se cumple a ambos lados de la igualdad.

$$[(a+a')t^2 + (b+b')t + (c+c')] = L(\mathrm{at^2{+}bt{+}c}) + L(\mathrm{a't^2{+}b't{+}c'})$$

primer lado de la igualdad.

$$(a+a')t^2+[(b+b')-(c+c')]t+[(a+a')-(b+b')]$$
$$(a+a')t^2+[(b-c)+(b'-c')]t+[(a-b)+(a'-b')]$$

segundo lado de la igualdad.

$$L(\text{at}^2+\text{bt}+\text{c})+L(\text{a't}^2+\text{b't}+\text{c'})$$
$$(\text{at}^2+(\text{b - c})\text{t}+(\text{a - b}))+(\text{a't}^2+(\text{b' - c'})\text{t}+(\text{a' - b'}))$$
$$(a+a')t^2+[(b-c)+(b'-c')]t+[(a-b)+(a'-b')]$$

se satisface la primera propiedad continuamos con la propiedad homogenea.

$$L(\text{kat}^2+\text{kbt}+\text{kc})$$
$$\text{kat}^2+\text{k(b - c)t}+\text{k(a - b)}$$
$$k(\text{at}^2+(\text{b - c})\text{t}+(\text{a - b}))$$
$$\text{kL(at}^2+\text{bt}+\text{c})$$

L si es una transpormacion lineal.